POTI
POLOS OLÍMPICOS DE TREINAMENTO INTENSIVO

Lista de Exercícios
Divisibilidade 2

Nível 2 - Polo UFPR
Teoria de Números
Aula 2 (13/04/19)

1 Critérios de Divisibilidade

- **Critério de divisibilidade por 2:**
  Um número N é divisível por 2 quando seu algarismo das unidades for par.
- **Critério de divisibilidade por 3:**
  Um número N é divisivel por 3 se a soma dos seus algarismos também for divisível por 3.
- **Critério de divisibilidade por 4:**
  Um número N é divisível por 4 quando seus dois últimos algarismos formam um número divisível por 4, ou seja, quando o número formado pelos algarismos das dezenas e das unidades de N é divisível por 4.
- **Critério de divisibilidade por 5:**
  Um número N é divisível por 5 se seu algarismo das unidades é 0 ou 5.
- **Critério de divisibilidade por 6:**
  Um número N é divisível por 6 quando é simultaneamente divisível por 2 e 3.
- **Critério de divisibilidade por 7:**
  Um número N é divisível por 7 quando a diferença não negativa entre a soma dos números das classes ímpares e a soma dos números inteiros das classes pares é um número divisível por 7.
- **Critério de divisibilidade por 8:**
  Um número N é divisível por 8 quando seus três últimos algarismos formam um número divisível por 8, ou seja, quando o número formado pelos algarismos das centenas, dezenas e unidades de N é divisível por 8.
- **Critério de divisibilidade por 9:**
  Um número N é divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for um número divisível por 9.
- **Critério de divisibilidade por 10:**
  Um número N é divisível por 10 se o seu alagarismo das unidades for o 0.
- **Critério de divisibilidade por 11:**
  Um número N é divisível por 11 quando a diferença não negativa entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos algarismos de ordem par for um número divisível por 11.

2 Questões Resolvidas

Problema 2.1. *Mostre que se* $3|a+7b$ *então* $3|a+b$.

Problema 2.2 (Olímpiada de Maio 2006). *Encontre todos os naturais a e b tais que $a|b+1$ e $b|a+1$.*

Problema 2.3. *Em um número natural N de 9 algarismos, tem-se que os algarismos das unidades simples, unidades de milhar e dezenas de milhão são iguais a Y; e os algarismos das centenas simples, centenas de milhar e centenas de milhão são iguais a Z. Pode-se afirmar que N sempre será divisível por:* $(a)333664$ $(b)333665$ $(c)333666$ $(d)333667$ $(e)333668$

Problema 2.4. *Mostre que o algarismo das unidades de um quadrado perfeito, isto é, um número da forma a^2, onde a é um número natural, só pode ser 0, 1, 4, 5, 6 ou 9.*

Problema 2.5 (Apostila Portal da Matemática). *Quais são os possíveis restos de um número quadrado perfeito na divisão por 4 ?*

3 Questões Propostas

Problema 3.1. *Mostre que se $19|3x+7y$ então $19|43x+75y$.*

Problema 3.2 (OBMEP 2017). *Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6:* $2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$.

a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado fi nal do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Problema 3.3. *Na figura, as letras A e B representam os possíveis algarismos que tornam o produto dos números $2A5$ e $13B$ um múltiplo de 36.*

a) Em todos os possíveis resultados para o produto desses números, o algarismo das unidades é o mesmo. Qual é esse algarismo?

b)Quais são os possíveis valores de B?

c)Qual é o maior valor possível para esse produto?

Problema 3.4. *Fixe três algarismos distintos e diferentes de zero. Forme os seis números com dois algarismos distintos tomados dentre os algarismos fixados. Mostre que a soma desses números é igual a 22 vezes a soma dos três algarismos fixados.*

Problema 3.5 (Banco de Questões OBMEP 2018). *Sejam a e b números naturais tais que $2a+b$ é divisível por 13. Qual das alternativas a seguir contém outro múltiplo de 13?*
$(a)91a+b$ $(b)92+b$ $(c)93a+b$ $(d)94a+b$ $(e)95a+b$